

CURSO AVANZADO DE ECUACIONES DIFERENCIALES  
SEMIGRUPOS Y ECUACIONES DIFERENCIALES  
PARCIALES DE EVOLUCIÓN

POSGRADO EN CIENCIAS MATEMÁTICAS

(9 CRÉDITOS)

SEMESTRE 2022-1

RAMÓN G. PLAZA

CONTACTO

- Ramón G. Plaza  
E-mail: [plaza@mym.iimas.unam.mx](mailto:plaza@mym.iimas.unam.mx)

INFORMACIÓN GENERAL

**Nota importante.**

- Por instrucciones de las autoridades universitarias, durante el semestre 2022-1 todos los cursos del Posgrado en Ciencias Matemáticas deberán impartirse **en línea**. Este curso se impartirá con la plataforma [CISCO-Webex](#).
- Utilizaremos una licencia de la UNAM para dicha plataforma. Los estudiantes requieren únicamente un *browser* (Google Chrome o Firefox) para entrar a la conferencia en línea (la plataforma instala un cliente temporal).
- Los alumnos oyentes son bienvenidos, pero el previo registro de todos los asistentes es obligatorio para el correcto uso de la plataforma CISCO-Webex.
- La primera reunión tendrá lugar (virtual) el próximo **lunes 9 de agosto del 2021, a las 16:00 hrs.** en mi salón personal de Cisco-Webex (liga permanente): <https://unam.webex.com/meet/plaza>

**Horario.**

- Las clases se llevarán a cabo los **lunes y miércoles, 16:00 - 18:15hrs.** en mi salón personal de Cisco-Webex. La liga permanente para las lecciones es: <https://unam.webex.com/meet/plaza>

**Horas de oficina.**

- Una hora fija a la semana (horas de oficina) se destinará a atender a los alumnos con dudas y aclaraciones sobre el contenido del curso. Las horas de oficina tendrán lugar (tentativamente) los **martes de 17:00 a 18:00 hrs.** (misma liga) o mediante cita.

**Página del curso.**

- La página del curso contendrá todos los anuncios relacionados con el mismo, así como tareas, calendario, temario y demás material auxiliar.
- La liga permanente de la página del curso es:  
<http://mym.iimas.unam.mx/ramon/SemigruposEDPs-2022-1.html>

**Evaluación.**

Se evaluará al alumno con 3 tareas (secciones 2, 3 y 4 del temario).

**Calendario.**

- Periodo de clases: 9 de agosto al 26 de noviembre, 2021.
- Periodo de exámenes: 29 de noviembre al 10 de diciembre, 2021.
- Días inhábiles: 15 y 16 de septiembre, 1, 2 y 15 de noviembre, 2021.

**Objetivo.** Introducir al estudiante a la teoría de semigrupos y sus aplicaciones a ecuaciones diferenciales parciales de evolución. Se discutirán: integral de Bochner y espacios dependientes del tiempo, teoría de generación de semigrupos (teoremas de tipo Hille-Yosida y de Lumer-Philips), regularidad, teoría de aproximación (Trotter-Kato) y estabilidad de semigrupos. Asimismo, se prestará especial atención al problema abstracto de Cauchy y aplicaciones a ecuaciones diferenciales parciales de tipo parabólico y de tipo hiperbólico.

**Pre-requisitos.** Sólidas bases de Análisis Funcional y Análisis Real. Un curso previo de Ecuaciones Diferenciales Parciales es deseable, mas no estrictamente necesario.

## TEMARIO

1. Preliminares
  - 1.1 Teorema de Pettis e integral de Bochner
  - 1.2 Espacios de funciones dependientes del tiempo
2. Teoría abstracta de semigrupos.
  - 2.1 Definición y propiedades básicas.
  - 2.2 Generación de semigrupos: teoremas de Hille-Yosida y Lumer-Philips.
  - 2.3 Regularidad. Semigrupos analíticos.
  - 2.4 Perturbación y aproximación de semigrupos.
  - 2.5 Espectro de semigrupos y sus generadores.
  - 2.6 El problema abstracto de Cauchy.
  - 2.7 Semigrupos de evolución.
3. Ecuaciones de tipo parabólico.
  - 3.1 Existencia de soluciones débiles: aproximación de Galerkin.
  - 3.2 Estimaciones de energía y unicidad.
  - 3.3 El problema de Cauchy: semigrupos analíticos.
  - 3.4 Regularidad.
  - 3.5 Principios del máximo.
4. Aplicaciones a problemas hiperbólicos.
  - 4.1 Soluciones débiles.
  - 4.2 Existencia: el método de Faedo-Galerkin.
  - 4.3 Unicidad: estimaciones de energía.
  - 4.4 Propagación de perturbaciones y estabilidad.
  - 4.5 Sistemas simétricos hiperbólicos: estimaciones de energía.
5. Introducción a ecuaciones no lineales\*
  - 5.1 Ecuaciones de reacción-difusión.
  - 5.2 Sistemas simétricos hiperbólicos no lineales.

---

\*si el tiempo lo permite

- 5.3 La ecuación de Schrödinger.
- 5.4 La ecuación de KdV.

## BIBLIOGRAFÍA

La bibliografía fundamental del curso la constituyen dos textos: el libro de Pazy [11], y el texto básico de Engel y Nagel [5]. Sin embargo, ésta se complementará con algunos textos clásicos, monografías especializadas o incluso artículos de investigación. Por ejemplo, el alumno encontrará una excelente (y breve) introducción a la teoría de semigrupos en el libro de texto sobre ecuaciones diferenciales parciales de Renardy y Rogers [12]; para aplicaciones recomiendo también la sección dedicada a semigrupos en el libro de Evans [7]. El libro clásico de Yosida [14] y el texto avanzado de Engel y Nagel [4] servirán para profundizar parte del material. Algunas aplicaciones a ecuaciones diferenciales se basarán en monografías más avanzadas [2, 10, 13], o en artículos de investigación [1, 3, 6, 8, 9].

## REFERENCIAS

- [1] J. M. BALL, *Strongly continuous semigroups, weak solutions, and the variation of constants formula*, Proc. Amer. Math. Soc. **63** (1977), no. 2, pp. 370–373.
- [2] C. CHICONE AND Y. LATUSHKIN, *Evolution semigroups in dynamical systems and differential equations*, vol. 70 of Mathematical Surveys and Monographs, American Mathematical Society, Providence, RI, 1999.
- [3] D. CRAMER AND Y. LATUSHKIN, *Gearhart-Prüss theorem in stability for wave equations: a survey*, in Evolution equations, G. Goldstein, R. Nagel, and S. Romanelli, eds., vol. 234 of Lecture Notes in Pure and Appl. Math., Dekker, New York, 2003, pp. 105–119.
- [4] K.-J. ENGEL AND R. NAGEL, *One-parameter semigroups for linear evolution equations*, vol. 194 of Graduate Texts in Mathematics, Springer-Verlag, New York, 2000.
- [5] ———, *A short course on operator semigroups*, Universitext, Springer-Verlag, New York, 2006.
- [6] L. C. EVANS, *Application of nonlinear semigroup theory to certain partial differential equations*, in Nonlinear evolution equations (Proc. Sympos., Univ. Wisconsin, Madison, Wis., 1977), M. G. Crandall, ed., vol. 40 of Publ. Math. Res. Center Univ. Wisconsin, Academic Press, New York-London, 1978, pp. 163–188.
- [7] ———, *Partial differential equations*, vol. 19 of Graduate Studies in Mathematics, American Mathematical Society, Providence, RI, second ed., 2010.
- [8] T. KATO, *The Cauchy problem for quasi-linear symmetric hyperbolic systems*, Arch. Ration. Mech. Anal. **58** (1975), no. 3, pp. 181–205.
- [9] ———, *Quasi-linear equations of evolution, with applications to partial differential equations*, in Spectral theory and differential equations (Proc. Sympos., Dundee, 1974), W. N. Everitt, ed., no. 448 in Lecture Notes in Mathematics, Springer, Berlin, 1975, pp. 25–70.
- [10] A. LUNARDI, *Analytic semigroups and optimal regularity in parabolic problems*, vol. 16 of Progress in Nonlinear Differential Equations and their Applications, Birkhäuser Verlag, Basel, 1995.
- [11] A. PAZY, *Semigroups of Linear Operators and Applications to Partial Differential Equations*, Springer-Verlag, New York, 1983.
- [12] M. RENARDY AND R. C. ROGERS, *An introduction to partial differential equations*, vol. 13 of Texts in Applied Mathematics, Springer-Verlag, New York, second ed., 2004.
- [13] I. I. VRABIE,  *$C_0$ -semigroups and applications*, vol. 191 of North-Holland Mathematics Studies, North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 2003.
- [14] K. YOSIDA, *Functional Analysis*, Classics in Mathematics, Springer-Verlag, Berlin, Sixth ed., 1980.