

Curso Avanzado de Ecuaciones Diferenciales
Semigrupos y Ecuaciones Diferenciales Parciales de Evolución
Semestre 2022-2

Temas para Exposición Final

Instrucciones generales:

- Las exposiciones tendrán una duración de 25 min. con 5 min. para preguntas y observaciones.
- Deben administrar el tiempo: destinar 5 min. para introducir el problema, 15 min. para desarrollar el tema y 5 min. para concluir.
- Es más importante comunicar la idea general de una demostración que los detalles de la misma.
- Todas las exposiciones deberán incluir una discusión del contexto, es decir, por qué los resultados son importantes, cuáles son las posibles aplicaciones y, si es posible, describir algunas de ellas.
- Se evaluarán los siguientes puntos: dominio del tema, claridad de la exposición, administración del tiempo y una buena descripción del contexto.

Temario:

- 1. Teorema de Trotter-Kato.** Describir el contenido del teorema de aproximación de Trotter-Kato y demostrarlo. Este teorema se puede encontrar en diversos textos. En particular les recomiendo revisar el libro de Pazy [10] (sección 3.4) y los de Engel y Nagel [4, 5]. Es indispensable presentar un ejemplo de aplicación a EDPs. Para ello sugiero consultar el artículo de Ito y Kappel [6] y las referencias que ahí se mencionan.
- 2. Teorema de Gearhart-Prüss.** El teorema de Gearhart-Prüss es de fundamental importancia en el estudio asintótico de semigrupos y de soluciones a EDPs. En esta charla se debe describir el teorema y presentar su demostración. Es indispensable describir el contexto de este teorema y sus posibles aplicaciones, para lo cual la guía es el artículo de Cramer y Latushkin [3] (véase también el libro de Kapitula y Promislow [8], §4.1). Para su demostración, consultar [4].
- 3. Semigrupos para sistemas port-Hamiltonianos de tipo hiperbólico.** Describir el contenido del artículo de Jacob *et al.* [7], que establece las condiciones para que una cierta clase de sistemas hiperbólicos con valores en la frontera generen C_0 -semigrupos. Es importante presentar al menos un ejemplo (el artículo contiene algunos).
- 4. Ecuaciones linealizadas de flujo de calor y propagación del sonido.** Describir el contenido del artículo de Matsubara y Yokota [9], quienes aplican el teorema de Hille-Yosida para demostrar existencia, unicidad y regularidad para un sistema acoplado de ecuaciones. Es importante describir la deducción del modelo (ver [2]).
- 5. Semigrupos para ecuaciones de transporte en L^1 .** Describir el contenido del artículo de Arlotti [1] sobre la generación de C_0 -semigrupos en espacios L^1 para ecuaciones de transporte. Las aplicaciones incluyen ecuaciones de tipo Fokker-Planck-Kolmogorov y transporte de células, entre otros.

Referencias

- [1] L. ARLOTTI, *A perturbation theorem for positive contraction semigroups on L^1 -spaces with applications to transport equations and Kolmogorov's differential equations*, Acta Appl. Math. **23** (1991), no. 2, pp. 129–144.
- [2] A. CARASSO, *Coupled sound and heat flow and the method of least squares*, Math. Comp. **29** (1975), pp. 447–463.
- [3] D. CRAMER AND Y. LATUSHKIN, *Gearhart-Prüss theorem in stability for wave equations: a survey*, in Evolution equations, G. Goldstein, R. Nagel, and S. Romanelli, eds., vol. 234 of Lecture Notes in Pure and Appl. Math., Dekker, New York, 2003, pp. 105–119.
- [4] K.-J. ENGEL AND R. NAGEL, *One-parameter semigroups for linear evolution equations*, vol. 194 of Graduate Texts in Mathematics, Springer-Verlag, New York, 2000.
- [5] ———, *A short course on operator semigroups*, Universitext, Springer-Verlag, New York, 2006.
- [6] K. ITO AND F. KAPPEL, *The Trotter-Kato theorem and approximation of PDEs*, Math. Comp. **67** (1998), no. 221, pp. 21–44.
- [7] B. JACOB, K. MORRIS, AND H. ZWART, *C_0 -semigroups for hyperbolic partial differential equations on a one-dimensional spatial domain*, J. Evol. Equ. **15** (2015), no. 2, pp. 493–502.
- [8] T. KAPITULA AND K. PROMISLOW, *Spectral and dynamical stability of nonlinear waves*, vol. 185 of Applied Mathematical Sciences, Springer, New York, 2013. With a foreword by Christopher K. R. T. Jones.
- [9] A. MATSUBARA AND T. YOKOTA, *Applications of the Hille–Yosida theorem to the linearized equations of coupled sound and heat flow*, AIMS Math. **1** (2016), no. 3, pp. 165–177.
- [10] A. PAZY, *Semigroups of Linear Operators and Applications to Partial Differential Equations*, Springer-Verlag, New York, 1983.