

### Ecuaciones Diferenciales I - Tarea 8

Fecha de entrega: 17 de abril, 2009.

1. (3 pts.) Determina si el punto especificado es un punto singular regular de la ecuación diferencial dada:

(a)  $x(x-2)^2y'' + xy' + y = 0$ ,  $x_0 = 0$ .

(b)  $(\sin x)y'' + (\cos x)y' + \frac{1}{x}y = 0$ ,  $x_0 = 0$ .

(c)  $(1-x^2)y'' + \frac{1}{\sin(x+1)}y' + y = 0$ ,  $x_0 = -1$ .

2. (2 pts.) Encuentra la solución general a las siguientes ecuaciones tipo Euler en el intervalo  $0 < x < +\infty$ :

(a)  $x^2y'' + 5xy' - 5y = 0$ .

(b)  $x^2y'' + xy' + y = 0$ .

3. Considera la ecuación

$$(x-1)^2y'' - 2(x-1)y' + 2y = 0.$$

- (a) (1 pt.) Determina si  $x = 1$  es un punto singular regular.

- (b) (2 pts.) Encuentra la solución en  $1 < x < +\infty$  cuando  $y(2) = 0$ ,  $y'(2) = 1$ . (*Hint*: Considera una solución de la forma

$$y = (x-1) \sum_{n=0}^{\infty} a_n (x-1)^n,$$

y encuentra la relación de recurrencia.)

4. (2 pts.) Encuentra la solución general a la ecuación

$$x^2y'' + x(x+1)y' - y = 0,$$

en  $0 < x < +\infty$ . (*Hint*: Considera una solución del tipo  $y = \beta + \alpha/x$  y encuentra, por reducción de orden, otra solución tal que sean linealmente independientes.)