

Ecuaciones Diferenciales I - Tarea 3

Fecha de entrega: 2 de septiembre, 2011.

1. (7 pts.) Encuentra una primitiva para cada una de las siguientes ecuaciones de primer grado:

(a) $(1 + e^{2t}) \frac{dr}{dt} + 2re^{2t} = 0$

(b) $\cos x \cos y - (2 \sin x \sin y) \frac{dy}{dx} = 0$

(c) $e^y(1 + x) + xe^y \frac{dy}{dx} = 0$

(d) $x^2 e^x - y + x \frac{dy}{dx} = 0$

(e) $y(x + y) - x^2 \frac{dy}{dx} = 0$

(f) $y^2 e^{xy^2} + 4x^3 + (2xye^{xy^2} - 3y^2) \frac{dy}{dx} = 0$

(g) $2y + 3xy^2 + (x + 2x^2y) \frac{dy}{dx} = 0$

2. (1 pt.) Resuelve (es decir, encuentra una primitiva de) la ecuación

$$\frac{\sin y}{y} - 2e^{-x} \sin x + \left(\frac{\cos y + 2e^{-x} \cos x}{y} \right) \frac{dy}{dx} = 0.$$

(Hint : Un factor integrante es $\mu(x, y) = ye^x$.)

3. (2 pts.) La ecuación de Bernoulli es

$$\frac{dy}{dx} + a(x)y = b(x)y^n,$$

donde $n > 1$ (n entero), y a y b son funciones continuas dadas. Multiplicando por la función $g(x) = e^{\int^x a(s) ds}$, es posible expresar la ecuación en la forma

$$\frac{d}{dx}(g(x)y) = b(x)g(x)y^n.$$

Encuentra una primitiva a esta ecuación. (Hint: Haz el cambio de variable $w := g(x)y$.)