# Ecuaciones Diferenciales I - Tarea 1

Fecha de entrega: 19 de agosto, 2011.

1. (1 pt.) Supongamos que una cierta población dobla su tamaño original después de 100 años y la triplica en 200 años. Demuestra que esta población *no* satisface la ley de crecimiento de Malthus.

2. Supongamos que la población de la Cd. de México obedece la ley logística

$$\frac{dp}{dt} = \frac{1}{25}p(1-p),$$

donde $t$ se mide en años y $p$ en millones de personas, despreciando la migración y la tasa de homicidios.

   (a) (1 pt.) Modifica este modelo para tomar en cuenta el hecho de que 9000 personas por año se mudan a otro lugar, y que 1000 personas son asesinadas cada año.

   (b) (3 pts.) Usando el nuevo modelo del inciso (a), y si la población de la Cd. de México era de 8 millones en 1970, encuentra la población para cualquier tiempo futuro. ¿Qué sucede si $t \to +\infty$?

3. En el modelo de crecimiento económico de Solow, reemplazamos la hipótesis de que el capital es proporcional a la producción y supongamos que, de hecho, el capital se deteriora con el tiempo, es decir,

$$\frac{dK}{dt} = -rK + sQ,$$

donde $r > 0, s > 0$. La ecuación para $L$ es nuevamente $dL/dt = \lambda L$, y $Q = L^{2/3}K^{1/3}$ es la función de Cobb-Douglas.

   (a) (2 pts.) Demuestra que la ecuación para $k = K/L$ es

$$\frac{dk}{dt} = sk^{1/3} - (\lambda + r)k.$$

   (b) (3 pts.) Encuentra los puntos de equilibrio de este nuevo modelo y describe el comportamiento asintótico de todas las soluciones cuando $t \to +\infty$, suponiendo que $k(0) = k_0 > 0$. Compara con el modelo de Solow visto en clase.