

ECUACIONES DIFERENCIALES PARCIALES
POSGRADO EN CIENCIAS MATEMÁTICAS
GRUPO 0001, CLAVE 67904 (9 CRÉDITOS)
SEMESTRE 2024-1

RAMÓN G. PLAZA

INFORMACIÓN GENERAL

Contacto.

Ramón G. Plaza
Oficina 221 (segundo piso), IIMAS (edificio principal).
E-mail: plaza@mym.iimas.unam.mx, ramongplaza@gmail.com
Web: <https://mym.iimas.unam.mx/ramon/>

Horario.

- Las clases se llevarán a cabo los **lunes y miércoles, de 9:00 a 11:15 hrs.**
- El salón asignado es el **Salón 21, Edificio C, IIMAS**. Se encuentra en el segundo piso del nuevo edificio del IIMAS. El acceso es por la Planta Baja (entrada principal del edificio) junto al Invernadero.
- La primera clase tendrá lugar el próximo **lunes 7 de agosto, a las 9:00 hrs.**

Horas de oficina.

- En la primera reunión (lunes 7 de agosto) se definirá una hora fija a la semana (horas de oficina) para atender a los alumnos con dudas y aclaraciones sobre el contenido del curso.

Página del curso.

- La página del curso contendrá todos los anuncios relacionados con el mismo, así como tareas, calendario, temario y demás material auxiliar.
- La liga permanente de la página del curso es:
<https://mym.iimas.unam.mx/ramon/EDPs-2024.html>

Evaluación.

- Se evaluará al alumno con 4 tareas y 2 exámenes escritos presenciales. La calificación final constará de 50 % tareas y 50 % exámenes.
- Las tareas se entregarán en fechas por determinar.
- El primer examen escrito se realizará a mitad del semestre en una fecha por determinar. El segundo examen escrito se realizará durante la semana de exámenes ordinarios de acuerdo con el calendario oficial. Tendrán una duración de 2 horas.

- Por tratarse de un curso básico, no hay pre-requisitos ni seriación (en particular no es necesario haber llevado el curso de EDPs en la licenciatura). Sin embargo, bases sólidas de Cálculo Diferencial e Integral y Álgebra Lineal son indispensables.

Calendario.

- El calendario oficial (plan semestral) de la UNAM se puede descargar siguiendo esta [liga](#) (versión semestral).
- Periodo de clases: 7 de agosto al 24 de noviembre, 2023.
- Periodo de exámenes: 27 de noviembre al 8 de diciembre, 2023.
- Días inhábiles: 15 y 16 de septiembre; 1, 2 y 20 de noviembre.

TEMARIO

1. Ecuaciones de primer orden.
 - 1.1 Motivación: la ecuación de transporte.
 - 1.2 Método de características: ecuaciones cuasi-lineales.
 - 1.3 Método de características: ecuaciones completamente no-lineales.
 - 1.4 Las ecuaciones de la *eikonal* y de Hamilton-Jacobi.
 - 1.5 Introducción a leyes de conservación.
2. Ecuación de onda.
 - 2.1 Motivación: cuerda vibrante, membrana elástica y ecuaciones de Maxwell.
 - 2.2 Ecuación de onda en \mathbb{R} .
 - 2.3 Problema global de Cauchy.
 - 2.4 Problemas con condiciones de frontera: método de reflexión y series de Fourier.
 - 2.5 Problemas no homogéneos: principio de Duhamel.
 - 2.6 Ecuación de onda en \mathbb{R}^d .
 - 2.7 Cono de luz y método de promedios.
 - 2.8 Método del descenso de Hadamard.
 - 2.9 Problema no homogéneo y principio de Duhamel.
 - 2.10 Método de energía.
3. Ecuación de Laplace.
 - 3.1 Motivación: electrostática y mecánica de fluidos.
 - 3.2 Las ecuaciones de Poisson y Laplace.
 - 3.3 Propiedades de funciones armónicas.
 - 3.4 El principio del máximo y aplicaciones.
 - 3.5 Función de Green y la fórmula de Poisson.
 - 3.6 Existencia de la solución al problema de Dirichlet: el método de Perron.
 - 3.7 Método de energía y el principio de Dirichlet.
4. Ecuación del calor.
 - 4.1 Motivación: propagación del calor, caminatas aleatorias y movimiento Browniano.
 - 4.2 La solución fundamental (núcleo de Poisson).
 - 4.3 Problemas con valores iniciales y de frontera: series de Fourier.
 - 4.4 Principio del máximo y unicidad.
 - 4.5 Problema no homogéneo: principio de Duhamel.
 - 4.6 Regularidad.

- 4.7 Soluciones no negativas: el teorema de Widder.
- 5. Teoría de existencia local.*
 - 5.1 Clasificación de ecuaciones de segundo orden.
 - 5.2 El problema de Cauchy.
 - 5.3 El teorema de Cauchy-Kowalevski.
 - 5.4 El ejemplo de Lewy.
 - 5.5 El teorema de unicidad de Holmgren.

BIBLIOGRAFÍA

Bibliografía básica. Los textos centrales para este curso son: el texto clásico de John [7], el libro de Han [5], la primera mitad del libro de Salsa [11] (capítulos 1 - 5) y el libro de Evans [2] (capítulos 2 y 3). El libro de ejercicios de Salsa y Verzini [12] es un complemento ideal para el curso.

Bibliografía complementaria. Como lecturas complementarias recomiendo los libros de Pinchover y Rubinstein [9] (secciones 1 y 2), Folland [3] (sección 6), Renardy y Rogers [10] y Strauss [13] (secciones 1, 2 y 4). Los primeros dos capítulos de las notas de Han y Lin [6] constituyen un excelente (y no complicado) material complementario para la sección 3.

Bibliografía avanzada. De la bibliografía del temario oficial recomiendo consultar el libro de Taylor [14], así como el segundo volumen de Courant y Hilbert [1]. Para profundizar el estudio de ecuaciones elípticas recomiendo el clásico texto de Gilbarg y Trudinger [4]. Un libro moderno, aunque recomendable sólo como segunda lectura, es el de Jost [8].

REFERENCIAS

- [1] R. COURANT AND D. HILBERT, *Methods of mathematical physics. Vol. II: Partial differential equations*, Wiley Classics Library, John Wiley & Sons Inc., New York, 1989. Reprint of the 1962 original, A Wiley-Interscience Publication.
- [2] L. C. EVANS, *Partial Differential Equations*, vol. 19 of Graduate Studies in Mathematics, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1998.
- [3] G. B. FOLLAND, *Introduction to partial differential equations*, Princeton University Press, Princeton, NJ, second ed., 1995.
- [4] D. GILBARG AND N. S. TRUDINGER, *Elliptic partial differential equations of second order*, Classics in Mathematics, Springer-Verlag, Berlin, 2001. Reprint of the 1998 edition.
- [5] Q. HAN, *A basic course in partial differential equations*, vol. 120 of Graduate Studies in Mathematics, American Mathematical Society, Providence, RI, 2011.
- [6] Q. HAN AND F. LIN, *Elliptic partial differential equations*, vol. 1 of Courant Lecture Notes in Mathematics, New York University Courant Institute of Mathematical Sciences, New York, 1997.
- [7] F. JOHN, *Partial Differential Equations*, vol. 1 of Applied Mathematical Sciences, Springer-Verlag, New York, Fourth ed., 1982.
- [8] J. JOST, *Partial differential equations*, vol. 214 of Graduate Texts in Mathematics, Springer, New York, second ed., 2007.
- [9] Y. PINCHOVER AND J. RUBINSTEIN, *An introduction to partial differential equations*, Cambridge University Press, Cambridge, 2005.
- [10] M. RENARDY AND R. C. ROGERS, *An introduction to partial differential equations*, vol. 13 of Texts in Applied Mathematics, Springer-Verlag, New York, second ed., 2004.
- [11] S. SALSA, *Partial differential equations in action. From modelling to theory*, vol. 86 of Unitext, Springer, Cham, second ed., 2015. La Matematica per il 3+2.

*si el tiempo lo permite

- [12] S. SALSA AND G. VERZINI, *Partial differential equations in action. Complements and exercises*, vol. 87 of Unitext, Springer, Cham, italian ed., 2015. La Matematica per il 3+2.
- [13] W. A. STRAUSS, *Partial differential equations. An introduction*, John Wiley & Sons Inc., New York, 1992.
- [14] M. E. TAYLOR, *Partial differential equations. Basic theory*, vol. 23 of Texts in Applied Mathematics, Springer-Verlag, New York, 1996.

INSTITUTO DE INVESTIGACIONES EN MATEMÁTICAS APLICADAS Y EN SISTEMAS, UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO, CIRCUITO ESCOLAR S/N, CIUDAD UNIVERSITARIA C.P. 04510, CD. DE MÉXICO (MEXICO)

Email address: `plaza@mym.iimas.unam.mx`