

Un billar con propiedades extraordinarias

Estamos interesados en estudiar el comportamiento de una bola que se mueve en línea recta, con velocidad constante y sin fricción sobre una mesa de billar no tradicional.

Dicha mesa pertenece a una familia de billares que pueden construirse con un proceso conocido como el método del jardinero. Los billares circular y el elíptico son, por supuesto, los representantes mejor conocidos de dicha familia. De ahí que nuestro billar tenga muchas propiedades en común con los anteriores, pero también exhiba algunas diferencias notables.

La frontera del billar consiste de varios arcos de elipse unidos de tal forma que la curva resultante es de clase C^2 . De este modo la curvatura de nuestro billar es continua y además estrictamente positiva.

En el billar podemos observar tres tipos de trayectorias: focales, interiores, y exteriores.

El espacio de fase (superficie de sección o plano de Poincaré) asociado con nuestro billar nos permite obtener información del régimen dinámico, ya que:

- (1) una trayectoria periódica del sistema dinámico original se convierte en un conjunto discreto de puntos,
- (2) una trayectoria cuasiperiódica aparece como la imagen de una curva cerrada,
y
- (3) una trayectoria caótica se presenta como un conjunto de puntos distribuidos de modo errático en una cierta región.

Finalmente observaremos que toda la evidencia numérica acumulada apunta en contra de la conjetura de Birkhoff-Poritsky, según la cual los únicos billares completamente integrables son el billar circular y el elíptico.