ÁLGEBRA LINEAL I

Tarea 8

Para el miércoles 6 de noviembre $\leq$ 6pm.

La tarea se puede hacer por parejas.

1. Encuentre las longitudes y el producto interno de $x = (1, 4, 0, 2)$ y $y = (2, -2, 1, 3)$.

2. Dos rectas en el plano son perpendiculares si el producto de sus pendientes es -1. Aplique esto a los vectores $x = (x_1, x_2)$ y $y = (y_1, y_2)$ cuyas pendientes son x_2/x_2 y y_2/y_1 para derivar nuevamente la condición de ortogonalidad $x^T y = 0$.

3. De los siguientes vectores ¿qué parejas son ortogonales?

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \ v_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}, \ v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad v_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

4. Encuentre una base para el complemento ortogonal del espacio fila de A:
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$
Separe $x = (3, 3, 3)$ en su componente en el espacio fila, x_r, y su componente en el espacio nulo, x_n.

5. Construya una matrix con la propiedad requerida o diga por qué es imposible.

   a) El espacio columna contiene $(1, 2, -3)^T$ y $(2, -3, 5)^T$ y el espacio nulo contiene $(1, 1, 1)^T$.

   b) El espacio fila contiene $(1, 2, -3)^T$ y $(2, -3, 5)^T$ y el espacio nulo contiene $(1, 1, 1)^T$.

   c) $Ax = (1, 1, 1)^T$ tiene solución y $A^T \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

   d) Cada fila es ortogonal a cada columna (y A no es la matriz 0).

6. Dados dos números positivos x, y escoja el vector b igual a $(\sqrt{x}, \sqrt{y})$ y escoja $a = (\sqrt{y}, \sqrt{x})$. Aplique la desigualdad de Schwarz para comparar la media artimética $(x + y)/2$ con la media geométrica $\sqrt{xy}$.

7. ¿Qué múltiplo de $a = (1, 1, 1)$ es el más cercano al punto $b = (2, 4, 4)$? ¿Cuál es el punto más cercano a a sobre la línea por b?

8. Encuentre la recta que mejor aproxima las siguientes mediciones y esboce su respuesta: $y = 2$ en $t = -1$, $y = 0$ en $t = 0$, $y = -3$ en $t = 1$, $y = -5$ en $t = 2$.

9. Si quisiera ajustar una cuadrática $y = C + Dt + Et^2$ a los datos del problema anterior, ¿cuáles son las ecuaciones normales que tendría que resolver?