

ÁLGEBRA LINEAL I

Tarea 6

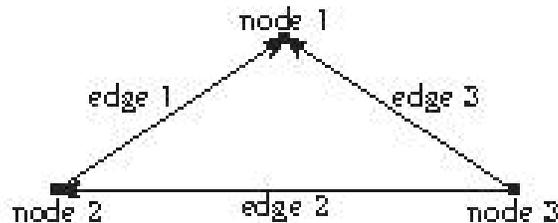
Para el miércoles 9 de octubre \leq 6pm.

La tarea se puede hacer por parejas.

1. Sea A una matriz de m por n con rango r . Suponga que hay lados derechos b para los cuales $Ax = b$ no tiene solución.
 - (a) ¿Qué desigualdades deben ser ciertas entre m, n y r ?
 - (b) ¿Cómo sabe que $A^T y = 0$ tiene una solución no cero?
2. Sin calcular A encuentre bases para sus cuatro subespacios fundamentales:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 6 & 1 & 0 \\ 9 & 8 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

3. Para la gráfica triangular de 3 nodos de la figura, escriba la matriz A de incidencia (de 3×3). Encuentre una solución de $Ax = 0$ y describa todos los demás vectores en el espacio nulo de A . Encuentre una solución de $A^T y = 0$ y describa todos los demás vectores en el espacio nulo izquierdo de A .



4. Para la misma matriz A calcule $A^T A$ y muestre que es simétrica pero singular. ¿Qué vectores están en su espacio nulo?

Si se quita la última columna de A , $A^T A$ es una matriz de 2×2 . Muestre que no es singular.

5. Si se hace eliminación gaussiana en la matriz aumentada $[A \ b]$ se obtiene

$$[A \ b] = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & b_1 \\ 4 & 5 & 6 & b_2 \\ 7 & 8 & 9 & b_3 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & b_1 \\ 0 & -3 & -6 & b_2 - 4b_1 \\ 0 & 0 & 0 & b_3 - 2b_2 + b_1 \end{pmatrix}.$$

Una combinación lineal de las filas de A produjo una fila de ceros.
¿Cuál combinación? ¿Cuál es el espacio nulo izquierdo de A ? ¿Cuál es el espacio nulo de A ?