

ÁLGEBRA LINEAL I

Tarea 4 .

Para el miércoles 25 de septiembre \leq 6pm.

La tarea se puede hacer por parejas.

1. Muestre que v_1, v_2, v_3 son independientes pero v_1, v_2, v_3, v_4 son dependientes:

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, v_4 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

2. Muestre que si $a = 0$ o $d = 0$ o $f = 0$ las columnas de U son dependientes:

$$U = \begin{pmatrix} a & b & c \\ 0 & d & e \\ 0 & 0 & f \end{pmatrix}.$$

3. Describa el subespacio de R^3 (es línea, plano o todo R^3) generado por:
 - a) Los vectores $(1,1,-1)$ y $(-1,-1,1)$.
 - b) Los vectores $(0,1,1)$, $(1,1,0)$, $(0,0,0)$.
 - c) Las columnas de una matrix escalonada de 3 por 5 con 2 pivotes.
 - d) Todos los vectores con componentes positivas.
4. Encuentre la dimensión de (a) el espacio columna de A , (b) el espacio columna de U , (c) el espacio fila de A , (d) el espacio fila de U . ¿Cuáles son iguales?

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}, U = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

5. Decida si los siguientes vectores son linealmente independientes resolviendo $c_1v_1 + c_2v_2 + c_3v_3 + c_4v_4 = 0$:

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, v_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Generan R^4 ?

6. Encuentre una base para cada uno de los siguientes subespacio de R^4 :

- a) Todos los vectores con componentes iguales.
- b) Todos los vectores cuyas componentes suman 0.
- c) Todos los vectores perpendiculares a $(1,1,0,0)$ y $(1,0,1,1)$.
- d) El espacio columna y el espacio nulo de

$$U = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

7. Encuentre tres bases diferentes para el espacio columna de la matriz U del problema anterior. Encuentre dos bases para el espacio fila de U .