Ecuaciones Diferenciales Parciales
3o Examen Parcial

1. Resuelva por separación de variables:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = k\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad t > 0,\ -1 < x < 1$$

$$u(-1,t) = u(1,t) = 0,$$

$$u(x,0) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$$

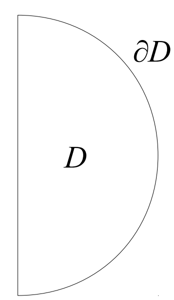
2. Resuelva por separación de variables:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = k\nabla^2 u, \quad t > 0,\ (r,\theta) \in D$$

$$u(r,\theta,t) = 0, \quad \forall t, \quad (r,\theta) \in \partial D$$

$$u(r,\theta,0) = J_1(k_{11}r)\mathrm{sen}(\theta)$$

donde k_{11} es el primer cero de $J_1(x)$.



3. Resuelva:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = k\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \gamma u, \quad t > 0,\ x \in \mathbb{R}$$

$$u(x,0) = \delta(x), \quad x \in \mathbb{R}$$

4. Una esfera de radio R tiene inicialmente una temperatura
constante u_0. Al tiempo $t = 0$ la esfera es enfriada a la temperatura $u = 0$.

1. Muestre que la temperatura $u(r,t)$ satisface la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = k\left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial u}{\partial r}\right) \quad ,$$

   la cual está definida en $0 < r < R$ y $T > 0$. La condiciones inicial y de frontera son:

$$u(r,0) = u_0 \qquad\qquad 0 < r < R$$

$$\frac{\partial u}{\partial r}(0,t) = u(R,t) = 0 \qquad\qquad t > 0$$

2. Encuentre la solución de este problema.