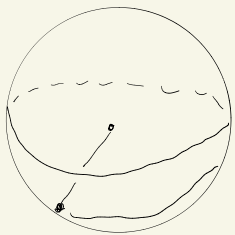
Condiciones iniciales
(Posiciones y velocidades) en la esfera.
de la restricción

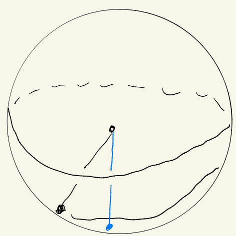
$$\boxed{x(0)^2 + y(0)^2 + z(0)^2 = \ell^2}$$ sobre la superficie de la esfera.

$(x(0), y(0), z(0)) \cdot (\dot{x}(0), \dot{y}(0), \dot{z}(0)) = 0$ el vector tangente a la curva está en el espacio tangente de la esfera.

$$\boxed{x(0)\dot{x}(0) + y(0)\dot{y}(0) + z(0)\dot{z}(0) = 0}$$



2) Linealizar sobre las soluciones que son cuasi-verticales



$$\left.\begin{aligned} x&=0\\ y&=0\\ z&=-\ell \end{aligned}\right\}$$ solución de equilibrio.

La solución

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\ell \end{pmatrix}$$ es un equilibrio.

Las ecuaciones linealizadas alrededor de este equilibrio son.

Observación: La dinámica de z será muy cercana a $-\ell$ y las dinámicas de x y y serán muy cercanas a $(0,0)$

$$z = -\sqrt{\ell^2 - (x^2+y^2)} \approx -\ell + \underbrace{O(x^2+y^2)}$$

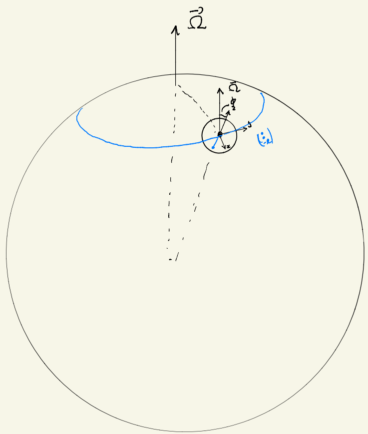
$$\left.\begin{aligned} \ddot{x} &= -\tfrac{g}{\ell}x \\ \ddot{y} &= -\tfrac{g}{\ell}y \\ \ddot{z} &= 0 \end{aligned}\right\}$$ ecuaciones linealizadas alrededor de $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\ell \end{pmatrix}$

$$\ddot{x} = -\omega^2 x \qquad \omega = \sqrt{g/\ell}$$

$$\ddot{y} = -\omega^2 y$$

$$\ddot{z} = 0$$

3) El marco del péndulo esférico K, se desplaza sobre la superficie de la tierra.



¿La fuerza de coriolis?

$$-2m\,\vec{\Omega}\times\dot{Q} \qquad \dot{Q}=\begin{pmatrix}\dot{x}\\ \dot{y}\\ \dot{z}\end{pmatrix}\simeq\begin{pmatrix}\dot{x}\\ \dot{y}\\ 0\end{pmatrix}$$ a primer orden.

$$\vec{\Omega}=|\Omega|\cos\phi\,\vec{E}_z-|\Omega|\sin\phi\,\vec{E}_x=\begin{pmatrix}-|\vec{\Omega}|\sin\phi\\ 0\\ |\Omega|\cos\phi\end{pmatrix}$$ $|\Omega|\cos\phi=\Omega_z$

$$-2\vec{\Omega}\times\dot{Q}=-2\begin{vmatrix}\hat{i} & \hat{j} & \hat{k}\\ -|\Omega|\sin\phi & 0 & |\Omega|\cos\phi\\ \dot{x} & \dot{y} & 0\end{vmatrix}=2\begin{pmatrix}\dot{y}\,\Omega_z\\ -\dot{x}\,\Omega_z\\ \dot{y}\,\Omega_x\end{pmatrix}$$

$$\boxed{\begin{aligned}\ddot{x}&=-w^2x+2\dot{y}\,\Omega_z\\ \ddot{y}&=-w^2y-2\dot{x}\,\Omega_z\end{aligned}}$$ lo que nos interesa en este caso es el movimiento en (x,y)

$$\ddot{z}=0+\dot{y}\,\Omega_x$$

Sea $\xi(t)=x(t)+i\,y(t)$

$$\ddot{\xi}(t)=-w^2\xi(t)-2i\,\Omega_z\,\dot{\xi}(t)$$

$$\ddot{\xi}(t)+2i\,\Omega_z\,\dot{\xi}(t)+w^2\xi(t)=0$$

$$\xi(t)=e^{\mu t}$$

$$\mu^2+2i\,\Omega_z\,\mu+w^2=0$$

$$\mu=\frac{-2i\Omega_z\pm\sqrt{-4\Omega_z^2-4w^2}}{2}$$

$$\mu=i\Omega_z\pm i\sqrt{\Omega_z^2+w^2}$$

Para la tierra $|\Omega|=7.3\times10^{-5}/\text{sec}$

$w^2\gg\Omega_z^2$

$$\sqrt{w^2+\Omega_z^2}=w+O(\Omega_z^2)$$

A primer orden

$$\mu = -i\Omega_z \pm i\omega$$

$$\xi(t) = C_1 e^{(-i\Omega_z + i\omega)t} + C_2 e^{(-i\Omega_z - i\omega)t}$$

$$= e^{-i\Omega_z t}\left(C_1 e^{i\omega t} + C_2 e^{-i\omega t}\right)$$

$C_1, C_2 \in \mathbb{C}$ constantes.

$$\omega = \sqrt{g/l}$$

$$\Omega_z = 7.3 \times 10^{-5}\ 1/\text{seg.}$$