Caso más general

$$q(t) = B_t Q(t) + r(t) \Rightarrow B_t Q(t) = q(t) - r(t)$$

$$Q(t) = B_t^{-1}(q(t) - r(t))$$

$$\dot{q}(t) = \underbrace{\dot{B}_t Q(t)}_{v_n} + \underbrace{B_t \dot{Q}(t)}_{v'} + \underbrace{\dot{r}(t)}_{v_0}$$

v_0 ~ velocidad del sistema coordenado movil.

$$\Rightarrow \dot{q}(t) = \dot{B}_t B_t^{-1}(q(t) - r(t)) + v' + v_0$$

$$= \vec{\omega} \times (q(t) - r(t)) + v' + v_0$$

Este caso general:

$$v = v_n + v' + v_0$$

donde

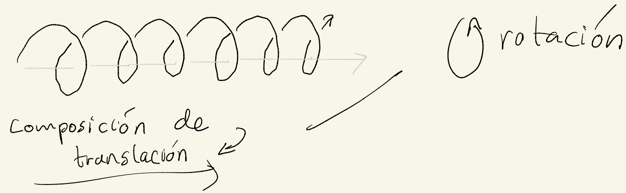
$v = \dot{q} \in K$ velocidad absoluta

$v' = B_t \dot{Q} \in K$

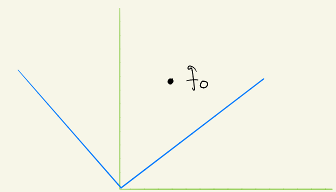
$v_n = \dot{B}_t Q = \vec{\omega} \times (q(t) - r(t)) \in K$ velocidad transferida de rotación (en el caso general)

y $v_0 = \dot{r} \in K$ velocidad de movimiento del marco que se mueve.

En Arnold demostrar que el movimiento más general de un cuerpo es el movimiento helicoidal.



Ahora supongamos que $q(t) = q_0$ (está fijo en el marco K) y seguimos la evolución en K cuando en movimiento es de rotación



$$q_0 = B_t Q(t) \Rightarrow Q(t) = B_t^{-1} q_0$$

depende del tiempo a través de B_t^{-1}

$$\dot{Q}(t) = \dot{B}_t^{-1} q_0$$

$$B_t^{-1} B_t = E$$

$$\dot{B}_t^{-1} B_t + B_t^{-1} \dot{B}_t = 0$$

$$\dot{B}_t^{-1} = - B_t^{-1} \dot{B}_t B_t^{-1}$$

$$\dot{Q}(t) = \dot{B}_t^{-1} q_0 = - B_t^{-1} \dot{B}_t B_t^{-1} q_0$$

$$= - B_t^{-1} \dot{B}_t Q(t)$$

$- B_t^{-1} \dot{B}_t = H$ operador antisimétrico.

Tiene una representación matricial.

$$\hat{\Omega}(t) = B_t^{-1} \dot{B}_t$$

Tenemos que

$$\dot{Q}(t) = - \hat{\Omega}(t) Q(t) = Q(t) \times \vec{\Omega}(t)$$

$\vec{\Omega}$ se llama el vector de velocidad angular escrito en el marco de referencia del cuerpo.

Tenemos que

$\hat{\Omega}$ es $B_t^{-1} \dot{B}_t \in K \to \begin{pmatrix} \Omega_1 \\ \Omega_2 \\ \Omega_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$

$\hat{\omega}$ es $\dot{B}_t B_t^{-1} \in K \to \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$

$$\hat{\Omega} = \begin{pmatrix} 0 & -\Omega_3 & \Omega_2 \\ \Omega_3 & 0 & -\Omega_1 \\ -\Omega_2 & \Omega_1 & 0 \end{pmatrix}$$