$(A)^2 + (B)^2 \Rightarrow$

$$r^2 = a^2 + a^2e^2\cos^2 u - 2a^2 e\cos u$$

de aquí tenemos que

$$r = a(1 - e\cos u)$$ (Una de las ecuaciones de Kepler)

tenemos el radio en términos de la anomalía excéntrica.

Para la otra.

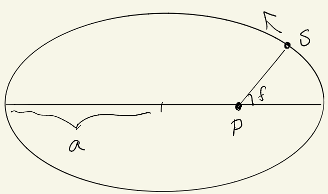
$$2r\sin^2\frac{f}{2} = r(1-\cos f)$$
$$2r\cos^2\frac{f}{2} = r(1+\cos f)$$

$$2r\sin^2\frac{f}{2} = a(1+e)(1-\cos u)$$
$$2r\cos^2\frac{f}{2} = a(1-e)(1+\cos u)$$ $\div$

$$\tan\frac{f}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}\tan\frac{u}{2}$$ Ecuación de Kepler.

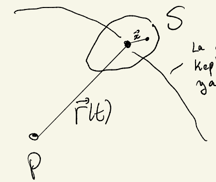
$$l_0 = u - e\sin u$$ Ecuación de Kepler

$$l_0 = \frac{2\pi}{T}(t - t_0)$$



Los parámetros orbitales dependen de la eccentricidad e y el semi-eje mayor a.

Cuerpo rígido

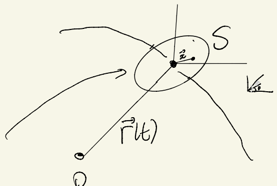


S - cuerpo rígido de masa m sujeto a la atracción gravitacional de de una masa puntual P de M.

El cuerpo rígido se mueve en una órbita Kepleriana con radio $\vec{r}(t)$ entre P y el baricentro de S.

$|S|$ es el volumen de S y $\vec{x}$ la posición c.r.a. baricentro de S.

$$\tilde{V} = -\int_S \frac{GMm}{|\vec{r}(t)+\vec{x}|}\frac{d\vec{x}}{|S|}$$



Desarrollamos $\tilde{V}$ en armónicos esféricos

$$\tilde{V} = -GM\sum_{i=1}^{\infty}\sum_{j=1}^{i}\frac{1}{r^{i+1}}P_{ij}(\sin\theta)(C_{ij}\cos j\phi + S_{ij}\sin j\phi)$$

Tomar el primer orden es equivalente a aproximar al cuerpo por una elipsoide.

$r = |\vec{r}|$

ϕ longitud, θ latitud: a partir del baricentro del cuerpo rígido

C_{ij} y S_{ij} coeficientes del potencial.

P_{ij} funciones de Legendre definidas por

$$P_{ij}(\sin\theta) = \cos^j\theta\sum_{k=1}^{n}T_{ijk}\sin^{i-j-2k}\theta$$

$$n = \left[\frac{i-j}{2}\right]$$

$$T_{ijk} = \frac{(-1)^k(2i-2k)!}{2^i k!(i-k)!(i-j-2k)!}$$

A primer orden significativo, $\tilde{V}_2$, el potencial se ve

$$\tilde{V}_2 = -\frac{GMm}{r}\left(\frac{R_e}{r}\right)^2\left[C_{20}P_2(\sin\theta) + C_{22}P_{22}(\sin\theta)\cos 2\phi\right]$$

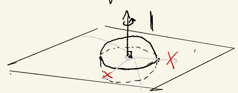
R_e radio equatorial de S

$P_2(\sin\theta)$ el polinomio de Legendre de segundo orden.

$$C_{20} = \frac{1}{2}\frac{1}{mR_e^2}(I_1 + I_2 - 2I_3)$$

$$C_{22} = \frac{1}{4}\frac{1}{mR_e^2}(I_2 - I_1)$$

Ahora asumimos que los ejes no principales de rotación están fijos.

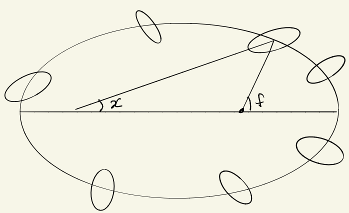


λ_1 es el ángulo de rotacion con respecto al eje z.

$$\tilde{V}_2 = -\frac{\varepsilon}{2}\left(\frac{a}{r(t)}\right)^3 I_3\cos(2\lambda_1 - 2f)$$

Para el modelo conservativo

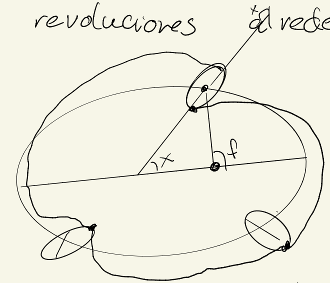
$$\ddot{x} = -\varepsilon\left(\frac{a}{r(t)}\right)^3\sin(2x - 2f(t)) = F(x,t)$$



Regresar al mismo lugar "f(t)" con la misma orientacion "x(t)" es un resonacia 1:1.

Caso de Mercurio

- da 2 órbitas de revolución alrededor del sol y hace 3 revoluciones alrededor de su eje.



Resonancia 3:2.

Estas son órbitas periódicas.

Eventualmente el S regresa al ~~la~~ mismo punto f(t) mostrando la misma cara.

Momento de reflexión

¿Se podría tener un movimiento donde la cara en el mismo punto de la órbita siempre fuera distinta?

Pista Teoría KAM.