

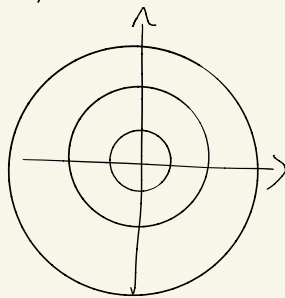
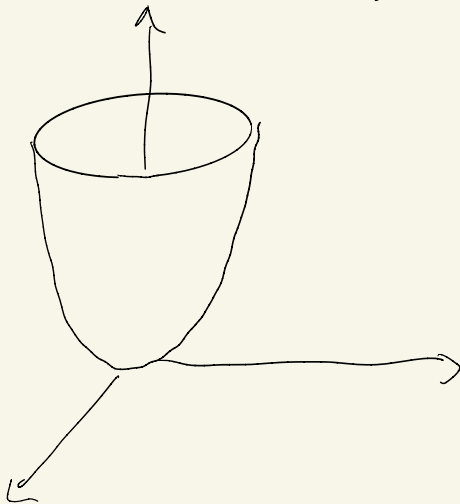
Ejemplo

Fuerza hacia el centro

$$m \ddot{\mathbf{r}} = F(\mathbf{r}), \quad \mathbf{r} \in \mathbb{R}^2$$

$$F(\mathbf{r}) = -\nabla U(\mathbf{r})$$

$$U(r_1, r_2) = \frac{1}{2} (r_1^2 + r_2^2)$$



Partícula en un campo gravitacional

$$\vec{r} = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \text{ posición}$$

$$m \ddot{\vec{r}} = -\nabla U(\vec{r})$$

U : energía potencial gravitacional.

$$E = \frac{1}{2} m |\dot{r}|^2 + U(r)$$

$$= T + U$$

$$m \ddot{\vec{r}} = -G \frac{mM}{|\vec{r}|^3} \vec{r} = -\nabla \left(\frac{GmM}{|\vec{r}|} \right)$$

$$\left[\nabla \left(\frac{GmM}{|\vec{r}|} \right) \right]_i = GmM \partial_{r_i} \frac{1}{\sqrt{r_x^2 + r_y^2 + r_z^2}}$$

$$= GmM \cdot \frac{-1/2}{(r_x^2 + r_y^2 + r_z^2)^{3/2}} \cdot 2r_i = -G \frac{mM}{|\vec{r}|^3} r_i$$

Es muy parecido al campo eléctrico
(Coulomb)

q, Q cargas

$$m \ddot{\vec{r}} = -C \frac{qQ}{|\vec{r}|^3} \vec{r}$$

$qQ < 0$, $qQ > 0$
atracción repulsión.

$$F_{\text{elect.}} = -\nabla V_{\text{electrica}}$$

$$V = C \frac{qQ}{|\vec{r}|}$$

Energía potencial
eléctrica.