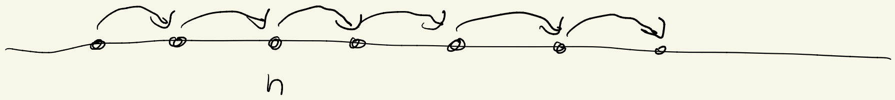
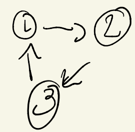
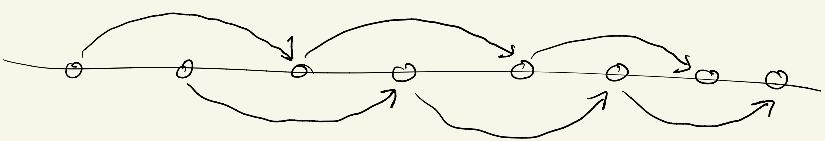
Infinito de estados





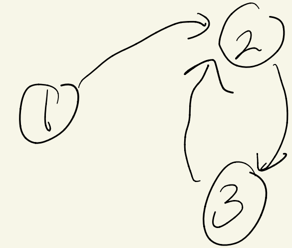
- 1 sólo ciclo
- reversible

otra ley



- 2 ciclos.
- reversible.

Ley no permitida

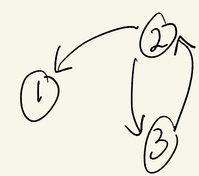


1, 2, 3, 2, 3, 2, 3, ...

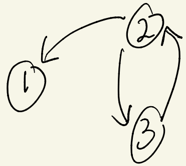
2, 3, 2 3 2 3

3 2 3 2 3 2

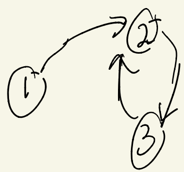
¿Reversible?



Un sistema es permitido si para cada punto del espacio fase hay una flecha de entrada y una flecha de salida.

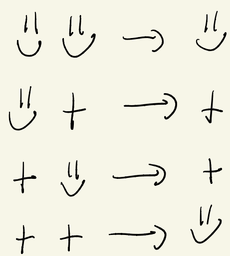


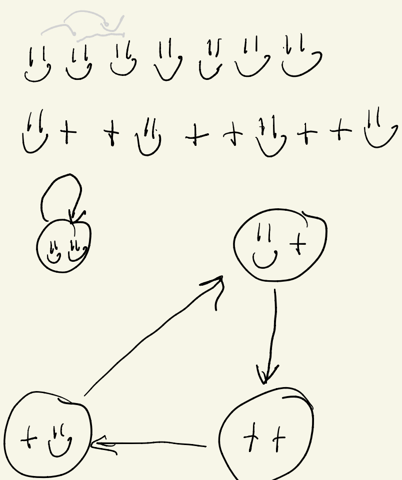
— este no es permitido.



— este no es permitido.

Moneda





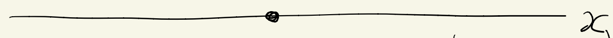
Ley de Newton

$$F = ma$$

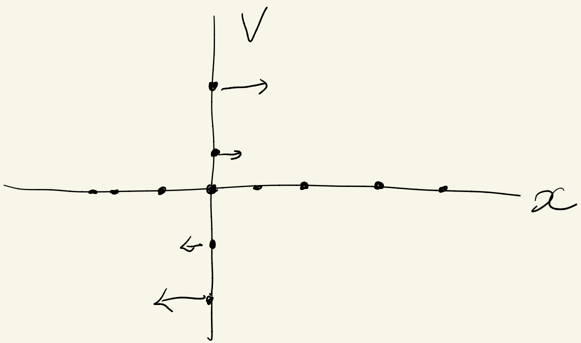
Aristóteles

$$F = mv$$

La posición de una partícula.



Con Aristóteles sólo necesitamos conocer la posición para saber la dinámica del sistema



Espacio fase 2 dimensional.

Para saber hacia dónde nos movemos necesitamos conocer un par (x, v)

(estamos pensando en cond. inicial $(x, \dot{x})$)

Esto le decía a Newton que las ecuaciones de segundo orden.

Ley de Newton

posición x

velocidad $\dot{x} = \frac{dx(t)}{dt}$

aceleración $\ddot{x}$

$$F(x) = m\ddot{x}$$

Si mv = momento = P

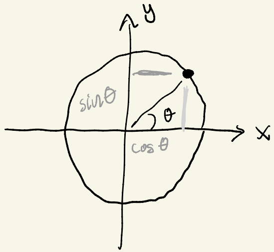
Fuerza = derivada del momento

$$P = mv = m\dot{x}$$

$$\frac{dP}{dt} = m\ddot{x} = ma = F$$

Movimiento circular

Una partícula se mueve en el círculo unitario.



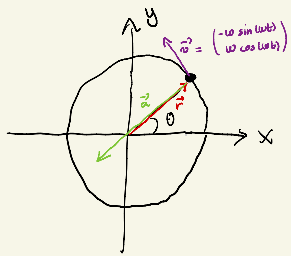
$$\theta = \omega t \pmod{2\pi}$$

¿Cuánto tiempo tarda la partícula en completar una vuelta?

$\omega T = 2\pi \qquad T = \frac{2\pi}{\omega}$ período.

ω – frecuencia angular.

$$\begin{aligned} x(t) &= \cos\theta = \\ y(t) &= \sin\theta = \end{aligned} \begin{pmatrix} \cos(\omega t) \\ \sin(\omega t) \end{pmatrix} = \vec{r}$$



Velocidad

$$\dot{\vec{r}} = \begin{pmatrix} v_x(t) \\ v_y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\omega \sin(\omega t) \\ \omega \cos(\omega t) \end{pmatrix} = \vec{v}$$

$$\vec{r} \cdot \vec{v} = -\omega \cos(\omega t) \sin(\omega t) + \omega \sin(\omega t) \cos(\omega t) = 0$$

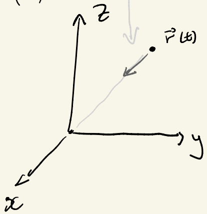
$$\dot{\vec{v}} = \begin{pmatrix} a_x(t) \\ a_y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\omega^2 \cos(\omega t) \\ -\omega^2 \sin(\omega t) \end{pmatrix} = -\omega^2 \vec{r}$$

Ejemplo 1

$$F(\vec{r}) = -\frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}\cdot\left(\frac{1}{|\vec{r}|^2}\right) = \left(-\frac{1}{|\vec{r}|^2}\right)\cdot\hat{r}$$

$\mathbb{R}^3$

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

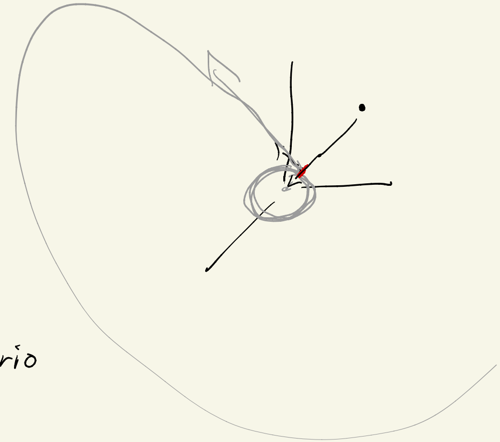


$$|\vec{r}| = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$$

norma 2 de $\mathbb{R}^3$

$$\frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} = \hat{r}$$ vector unitario

$$\frac{-1}{|\vec{r}|^2}$$ -> escalar



Ojo

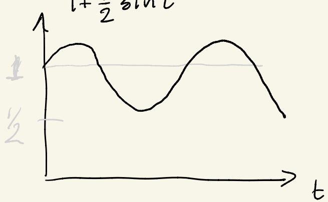
Cuando $\vec{r} \to 0$

la fuerza se va a infinito

singularidad.

Ejemplo 2

$$F = F(\vec{r}, \vec{v}, t) = \left(-\frac{1+\frac{1}{2}\sin t}{|\vec{r}|^2}\right)\times\hat{r} + \vec{v}$$



Ejemplo 3   Problema de 2-cuerpos en $\mathbb{R}^3$

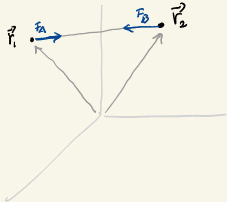
Planeta A : $\vec{r}_1(t)$, m_A ("sol")

Planeta B : $\vec{r}_2(t)$, m_B ("tierra")

$$m_A \ddot{\vec{r}}_1(t) = F_A(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$$
$$m_B \ddot{\vec{r}}_2(t) = F_B(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$$

$$F_A = -G \frac{m_A m_B}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^2} \overbrace{\frac{(r_1 - r_2)}{|r_1 - r_2|}}^{\text{vector unitario}}$$

$$F_B = -G \frac{m_A m_B}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^2} \cdot \frac{(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)}{|r_2 - r_1|}$$



Este problema se generaliza a más planetas.

(Tarea: n cuerpos, masas $m_1, \dots, m_n$
– escribir las ecuaciones de Newton)