

Álgebra Lineal I

Examen Parcial 1

Instrucciones: El examen es *individual*. Por favor, no pongas más de un problema por hoja y escribe tu nombre en cada hoja.

1. Calcula la inversa de la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

de dos maneras distintas:

- (a) (2.5 pts.) Aplicando el método de eliminación Gaussiana.
- (b) (2.5 pts.) Escribiendo $A = I - P$ y verificando que $\sum_{j=0}^{\infty} P^j$ converge (recuerda que, por definición, $P^0 = I$). Calcula la suma.

2. Sea la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}.$$

- (a) (2.5 pts.) Aplicando el método de tu preferencia (reflectores de Householder o proceso de Gram-Schmidt) encuentra la factorización QR de la matriz A , donde Q es una matriz ortonormal y R es triangular superior.
- (b) (2.5 pts.) Encuentra la solución de mínimos cuadrados de $Ax = b$ donde

$$b = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Total: 10 pts.